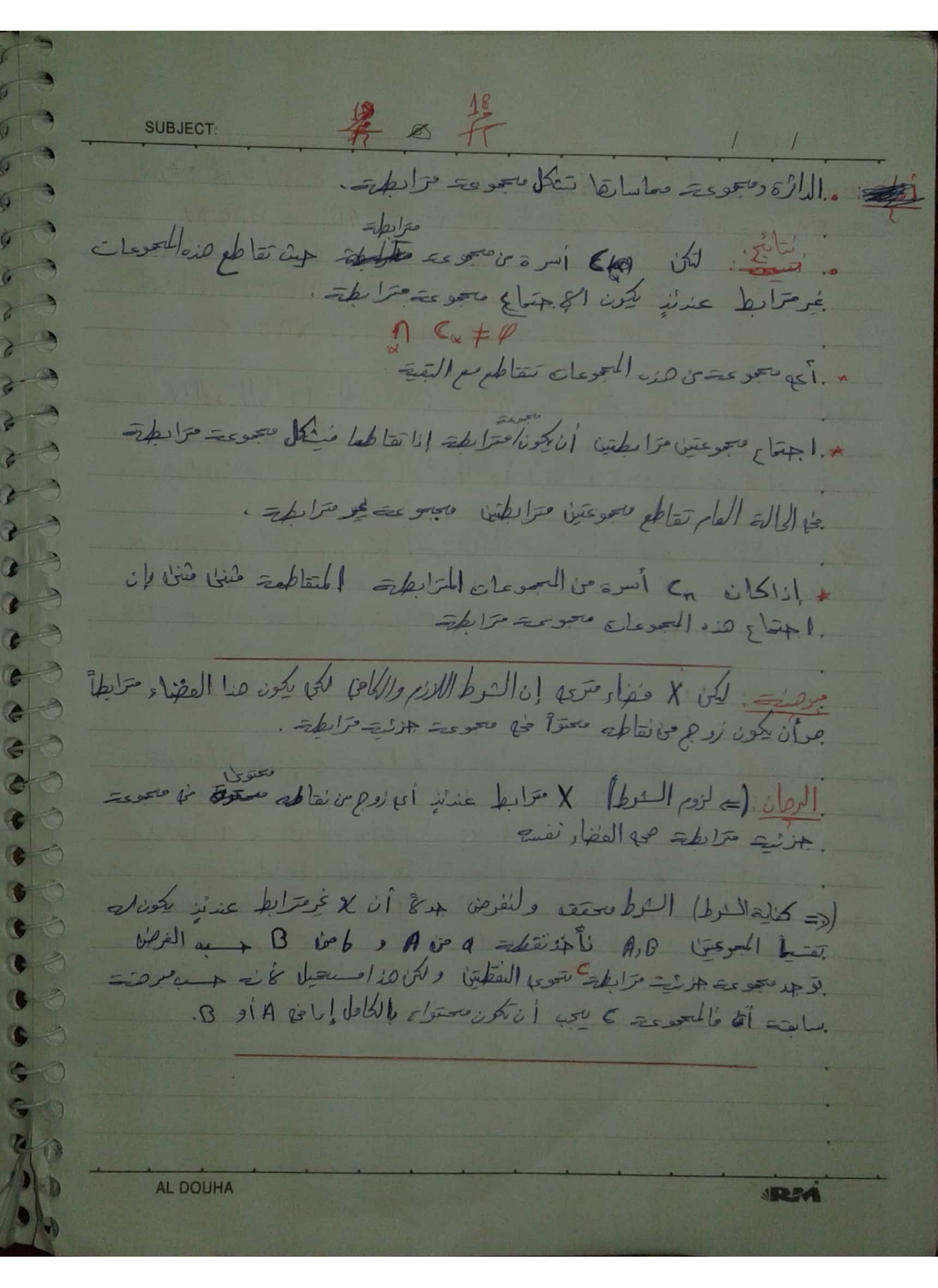


. الدائرة ومجموعة مماساتها تشكل مجموعة مترابطة.

نتائج: . لتكن C_α أسرة من مجموعة مترابطة حيث تقاطع هذه المجموعات غير مترابط عندئذٍ يكون الاجتماع مجموعة مترابطة.

$$\bigcap_\alpha C_\alpha \neq \emptyset$$

* . أي مجموعة من هذه المجموعات تتقاطع مع البقية
* . اجتماع مجموعتين مترابطتين أن يكون مجموعة مترابطة إذا تقاطعهما فيشكل مجموعة مترابطة

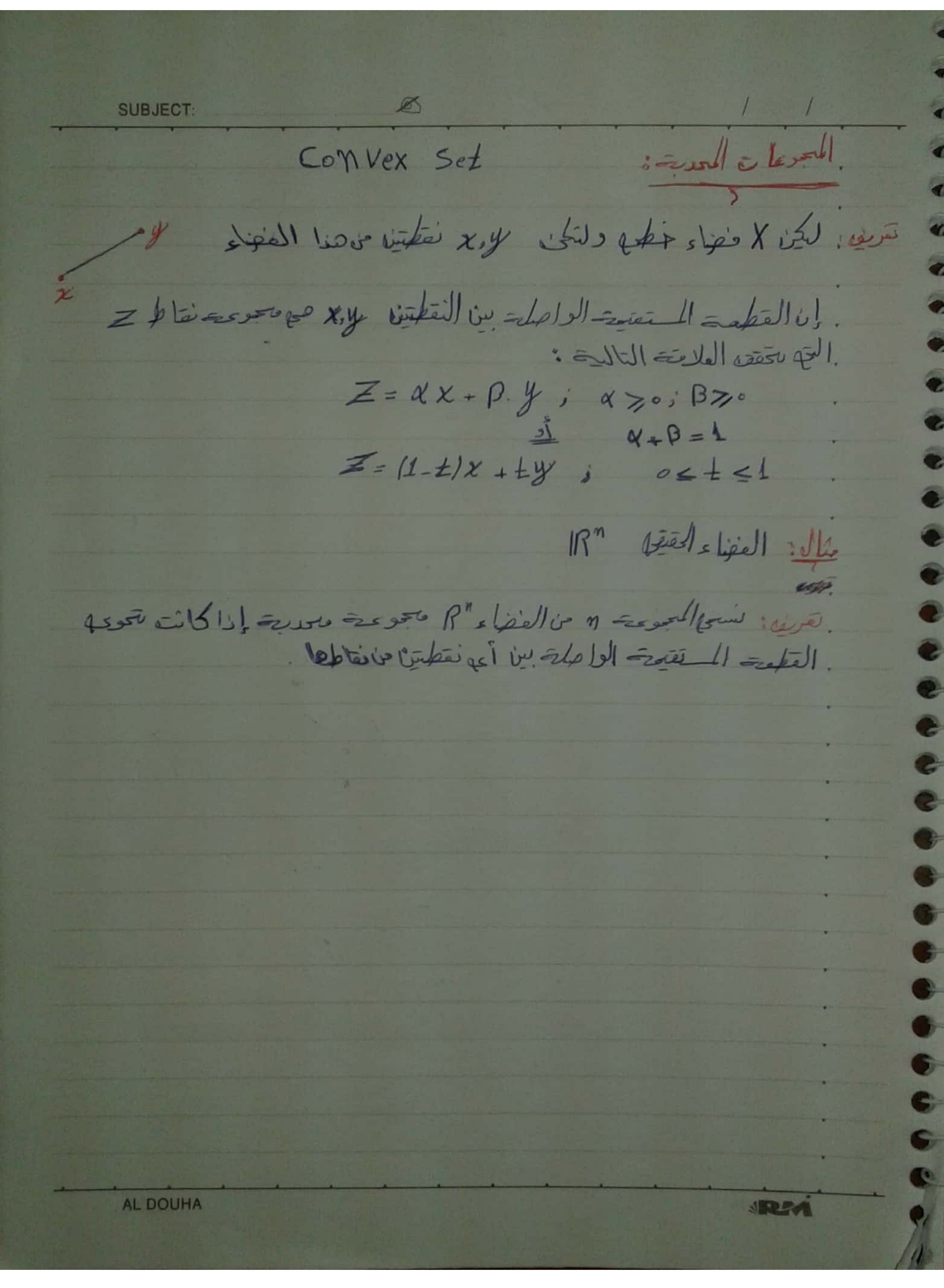
. في الحالة العامة تقاطع مجموعتين مترابطتين مجموعة غير مترابطة.

* . إذا كان C_n أسرة من المجموعات المترابطة المتقاطعة مثنى مثنى فإن اجتماع هذه المجموعات مجموعة مترابطة.

مبرهنة: ليكن X فضاء متري إن الشرط اللازم والكافي لكي يكون هذا الفضاء مترابطاً هو أن يكون زوج من نقاطه محتواً في مجموعة جزئية مترابطة.

البرهان: ($\Leftarrow$ لزوم الشرط) X مترابط عندئذٍ أي زوج من نقاطه محتوى في مجموعة جزئية مترابطة هي الفضاء نفسه.

($\Rightarrow$ كفاية الشرط) الشرط محقق ولنفرض جدلاً أن X غير مترابط عندئذٍ يكون له تقسيم المجموعتين A, B نأخذ نقطة a من A و b من B حسب الفرض توجد مجموعة جزئية مترابطة C تحوي النقطتين ولكن هذا مستحيل لأنه حسب مبرهنة سابقة أن المجموعة C يجب أن تكون محتواة بالكامل إما في A أو B.


SUBJECT:

المجموعات المحدبة : Convex Set

تعريف: ليكن X فضاء خطي ولتكن x,y نقطتين من هذا الفضاء

إن القطعة المستقيمة الواصلة بين النقطتين x,y هي مجموعة نقاط z التي تحقق العلاقة التالية:

$$Z = \alpha x + \beta . y \; ; \quad \alpha \geq 0 \; ; \; \beta \geq 0$$

أو $\qquad \alpha + \beta = 1$

$$Z = (1-t)x + ty \; ; \quad 0 \leq t \leq 1$$

مثال: الفضاء الحقيقي $\mathbb{R}^n$

تعريف: نسمي المجموعة η من الفضاء R^n مجموعة محدبة إذا كانت تحوي القطعة المستقيمة الواصلة بين أي نقطتين من نقاطها.